物価指数における品質の理論的取り扱いについて

石　原　健　一

はじめに

拙稿〔9〕において，ヘドニック・アプローチについて紹介・検討をほどこしたが，物価指数理論と品質理論との経済理論的接合が不完全であった。もう少し詳しく述べると，消費者物価指数（CPI）においては，製品分化による品質変化の取り扱いについては，Lancaster〔11〕—〔15〕の「新しい消費者理論」を援用し，実際には回帰分析によってヘドニック価格指数をえるという方法が，Grilliches〔4〕〔5〕らによって考案されている。しかし，この「新しい消費者理論」（品質理論）と物価指数の経済理論との理論的整合性が探究されていなかった。

本稿はこの点を補完し，物価指数の経済理論をより堅固なものとすることを目指す。

1. 新しい消費者理論（「家計の生産」理論）

§1　単純モデルと2段階モデル

本章では，消費活動によって財が諸特性に分解されるとして，消費者均衡理論に新接近法を提示した Lancaster の「新しい消費者理論」を簡単に述

べる[1)]。

Lancaster は，財のもつ「特性」(hedonic) が効用を生みだすと考えた。言い換えれば，特性とは，消費者が直接に効用を感じるところの消費活動の究極的な目的物である。財はいろいろな性質をもつが，これには主観的なもの（個人によって異なるもの）と普遍的かつ客観的なもの（諸個人の主観によって異なることがないもの）とがある。オレンジを例にとれば，主観的性質とは「うまさ」,「甘さ」などであり，客観的性質とはオレンジに含まれる「ビタミンC」などをさす。Lancaster は，財の主観的性質とは消費者の選好と財の客観的性質の混合からなり，主観的性質は，消費者の選好を分離すれば，客観的性質にまで分解できると考える。そして，消費者は客観的性質について完全情報を有し，消費者の選択において考慮される財の客観的性質を「特性」とよび，この特性の組合せが「品質」を形成すると考える。

財それ自体は消費者に対して何ら効用を与えず，財はいろいろな特性から構成され，その特性が効用を与えるという前提から，Lancaster は消費活動によって特性をえるための消費技術を想定した。

いま，第 k 番目の消費活動の水準を w_k とし，その1単位の水準の活動には第 j 財が a_{jk} だけ必要であるとすると，r 個の全消費活動には第 j 財は，

$$x_j=\sum_{k=1}^{r} a_{jk}w_k \qquad (j=1,\ 2,\ \cdots,\ n) \tag{1}$$

だけ必要であるという線型関係を仮定する。

次に，各消費活動は各種の特性を生みだすと想定したことから，1単位水準の第 k 消費活動からえられる第 i 特性の量を b_{ik} で表わすと，全消費活動では

$$y_i=\sum_{k=1}^{r} b_{ik}w_k \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ l) \tag{2}$$

だけの各特性の量がえられるという線型関係を仮定する[2)]。

消費者は，特性の量 y のうえに選好関係を有し，それは $u=u(y_1,\ y_2,\ \cdots,$

y_l）と表現される[3]。このとき，第 j 財の価格を p_j とし，$p=(p_1, p_2, \cdots, p_n)$，そして所得を m で表わすと，消費者の合理的行動は，(1)，(2)式と所得制約 $px \leqq m$ のもとで，$u=u(y_1, y_2, \cdots, y_l)$ を最大にすることである。

また，(1)，(2)において，財 x と特性 y との関係を消費活動 w で媒介させているのは，結合財は別個の財に属する特性とは異なる特性をもつかもしれないためである。すなわち，多数の財を一緒に消費すると，各財を別々に消費したときとは異なる特性が生みだされるかもしれないからである。しかし，分析を簡単にするため，財 x と特性 y とを直接に結びつけ，第 j 財を1単位消費したとき，第 i 特性が z_{ij} だけえられるとし，次の線型関係を想定する。

$$y_i=\sum_{j=1}^{n} z_{ij}x_j \qquad (i=1, 2, \cdots, l) \tag{3}$$

$z_i=(z_{1j}, z_{2j}, \cdots, z_{lj})$ は半正と仮定し，$l \times n$ の行列 $\{z_{ij}\}$ を Z と表わし，消費技術行列とよぶ。この消費技術行列は万人共通と仮定されている。n 次元の財空間から l 次元の特性空間へと(3)式を1次変換すると，

$$y=Zx \tag{4}$$

となる。

よって，消費者の合理的行動は，次のように定式化される。(simple or basic model＝単純モデル)

$$\left.\begin{aligned} &\max_{x}\, u(y) \\ &\text{subject to} \quad y=Zx \\ &\qquad\qquad\quad px \leqq m \\ &\qquad\qquad\quad x \geqq 0,\ y \geqq 0 \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

(5)式の制約を満たす y の集合 $m=\{y \mid y=Zx,\ px \leqq m,\ x \geqq 0\}$ を特性の可能領域とよび，有限かつ閉凸集合である。図1において，$A_1A_3A_4$ の折線を有効フロンティアといい，K で表わす。ここでは，消費者は二つの選択に直面している。つまり，消費者の合理的行動(5)は，次の2段階に分解される。

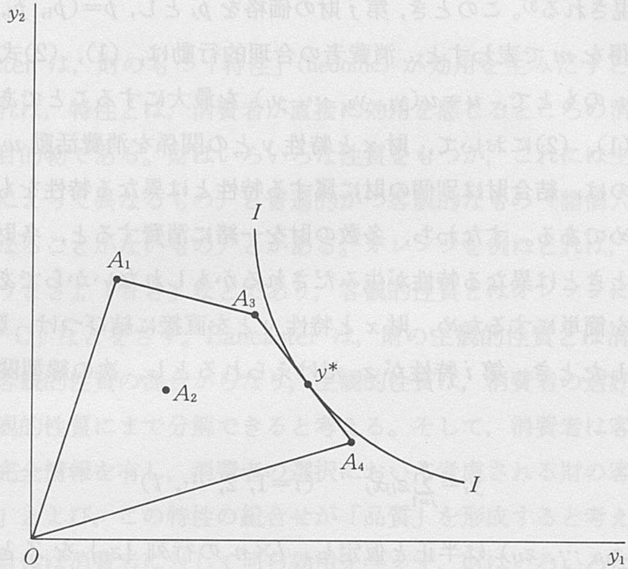

図 1

(two-stage model＝2段階モデル)

第1段階：一定の所得のもとで最大限達成可能な特性の組合せである「有効フロンティア（特性フロンティア）」を求める。これは有効フロンティアの各点で購入される財を決定することであり，有効フロンティアに達しないような財の組合せは除外するものである。所得の相違を別にすれば，消費技術 Z と価格 p によって決定される万人共通の客観的な選択であることから，Lancaster は「有効性選択」(efficiency choice) とよぶ[4]。

第2段階：有効フロンティアの点のうちで効用最大を与える点を選択することである。

K に含まれる任意の点を y とすると，有効性選択，個人的選択はそれぞれ，次の(6)，(7)の最適問題で示される。

$$\left.\begin{array}{l}\min_{x} px \\ \text{subject to} \quad Bx \geqq \bar{y},\ x \geqq 0\end{array}\right\} \quad (6)$$

$$\left.\begin{array}{l}\max_{y} u(y) \\ \text{subject to} \quad y \in K\end{array}\right\} \quad (7)$$

(7)式の解 y^* が求まれば，y^* を最小費用で達成する x は(6)式から求められる。

最適消費点 y^* は，K の面にある場合，辺にある場合，頂点と一致する場合の三つの場合がある。K の面とは，l 個の端点の強い凸1次結合で表わされる K の点の集合であり，図1のように最適点 y^* が面上にあれば，ちょうど l 個の財が購入される。K の辺とは，r（$<l$）個の端点の強い凸1次結合として表わせるが，それより多い個数の端点の強い凸1次結合としては表わされない K の点の集合をさす。そして最適点が大きさ r の辺上にあれば，r 個の財が購入される。最適点が頂点に一致すれば，ただ一つの財しか購入されない。図2においては，第3財のみが購入される。

図1の辺 A_3A_4 における特性の計算価格を $(d_1)_{34}$, $(d_2)_{34}$ で表わすと，直線 A_3A_4 は $(d_1)_{34}y_1+(d_2)_{34}y_2=m$ として与えられる。したがって，辺 A_3A_4 上の最適点 y^* では，特性の限界代替率 $u_1(y^*)/u_2(y^*)$ は特性の計算価格比 $(d_1)_{34}/(d_2)_{34}$ に等しい。一般に，需要関数は特性の計算価格と所得の関数で表わされる。

$$y_i=\tilde{y}_i(d_1,\ d_2,\ \cdots,\ d_l,\ m) \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ l) \qquad (8)$$

なお，特性の計算価格 di は，第 i 特性を微小量増加させるのに要する支出額の増分を意味する。

また，y^* は価格 p，所得 m，消費技術 Z の関数であるから，特性に対する需要関数は次式で表わすこともできる。

$$y_i=y_i(p,\ m,\ Z) \quad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ l) \qquad (9)$$

図2のように最適点が頂点 A_3 と一致する場合，限界代替率は辺 A_1A_3 の計算価格比以上で，A_3A_4 の計算価格比以下であることから，最適条件は不

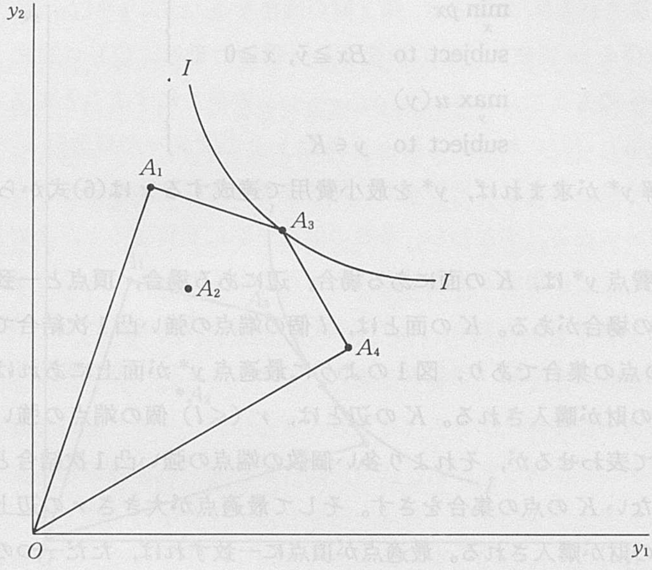

図　2

等式で示され，任意の財の価格の微小変化は購入される財に影響を及ぼさない。

次に，2段階モデルにおける消費者の合理的行動は以下のように定義される。

$$\left.\begin{aligned} &\max_{w}\ u(y) \\ &\text{subject to}\quad y=Bw \\ &\qquad\qquad\qquad x=Aw \\ &\qquad\qquad\qquad px\leqq m \\ &\qquad\qquad\qquad w\geqq 0 \end{aligned}\right\}\qquad (10)$$ [5]

第 j 消費活動を1単位で行なうのに必要な費用 π_j は，$\sum_r p_r a_{rj}$ である。全所得を第 j 活動に使うと m/π_j の水準の活動が行なえ，その結果 $(m/\pi_j)\cdot w_j$ だけの特性がえられる。これを全消費活動について求め，それらの凸1次結合を求めれば，特性の有効フロンティアがえられる。そのフロンティアの中

から効用最大を与える点をみつけるのが消費者の合理的行動である。

したがって，2段階モデルの分析は，前述したように財を消費活動で置き換え，財の価格を1単位の活動水準の費用で置き換えれば，単純モデルと同様に行なうことができる。

§2　代替効果とリヴィールド･プリファレンス

本節では，価格変化が有効フロンティアとそれに対応する財の組合せに及ぼす効果を考える。

消費者の合理的行動(5)の解 x^* によってえられる特性の量 y^*（$=Zx^*$）を達成する財のうちで，所得制約と非負条件を満たすものは，次の最適問題の解と一致する。

$$\left.\begin{array}{l} \min\limits_{x} p^*x \\ \text{subject to} \quad Zx \geqq y^* \\ \qquad\qquad\quad x \geqq 0 \end{array}\right\} \tag{11}$$

価格が p^* から p^{**} へと変化したとき，依然として y^* が有効フロンティア上にあれば，新しい財の組合せは次の最適問題の解である。

$$\left.\begin{array}{l} \min p^{**}x \\ \text{subject to} \quad Zx \geqq y^* \\ \qquad\qquad\quad x \geqq 0 \end{array}\right\} \tag{12}$$

(11)，(12)式において，y^* が同じだから，線型計画の基礎理論より，次式がえられる。

$$p^{**}x^* \geqq p^{**}x^{**} \tag{13}$$

$$p^*x^{**} \geqq p^*x^* \tag{14}$$

$\delta p^{**}x^{**}=p^{**}x^*$ となるような δ を選べば，(13)式より $\delta \geqq 1$，また(14)式より，

$$\delta p^*x^{**} \geqq p^*x^{**} \geqq p^*x^* \tag{15}$$

をえる。ここで，$p^*=p$, $p^{**}=p'$, $x^*=x$, $\delta x^{**}=x'$ と置き換えると

$$p'x' = p'x \tag{16}$$

$$px' \geqq px \tag{17}$$

となり，リヴィールド・プリファレンスの弱公理を満たす。(17)式に(16)式を加えると，一般的な代替効果 $(p'-p)(x'-x) \leqq 0$ をえる。また，第 j 財の価格だけが変化するとすれば，$\Delta p_j \cdot \Delta x_j \leqq 0$ となる。この代替効果は特性の構成比の変化にかかわりなく生じるものであり，「有効性代替効果」とよばれ，客観的かつ普遍的な性質をもつ。すなわち，選好と所得の両方から独立である。この他に，個人の選好の凸性に基づく「個人的代替効果」がある。個人的代替効果とは，有効フロンティアを構成する財を固定して価格変化の前と同じ効用水準を達成するように所得が補償されるとき，価格変化が需要に及ぼす影響である。

以上のことを3財2特性の場合について説明しよう。図3において，価格変化以前の特性の有効フロンティアは折線 $A_1A_2A_3$ であり，最適点は B に

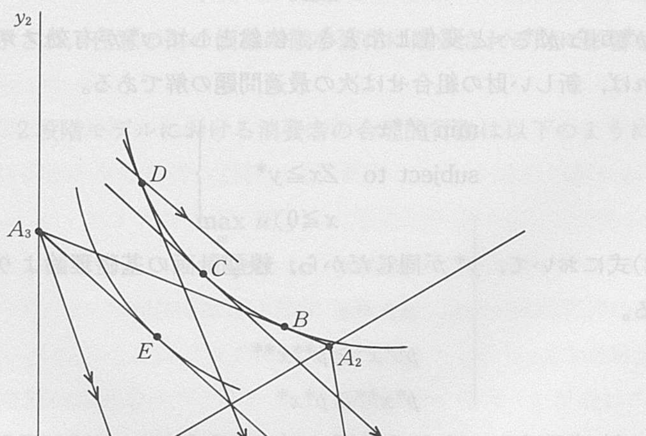

図 3

よって表わされている。第2財の価格が上昇し，A_2 から A_2' へ移動したとすると，有効フロンティアは線分 A_1A_3 となり，最適点は E に移る。最適点 B から E への移動が，価格変化が需要に及ぼす全部効果である。この全部効果は，代替効果（$B \to C$）と所得効果（$C \to E$）とに分解できる。さらに，代替効果は，購入財を第2財，第3財に固定している個人的代替効果（$B \to D$）と D において購入財を第2財，第3財から第1財，第3財へ変換する有効性代替効果，そして購入財を第1財，第3財に固定している個人的代替効果（$D \to C$）の三つに分解できる。

2. 財貨アプローチ

本章以下では，1章で述べた財のもつ品質を考慮しながら，市場での財貨の入手可能性の変化とその価格変化が家計の厚生に及ぼす影響を測定するため，生計費（物価）指数の理論を発展させていく。

一般に，物価指数は，二つの価格体系のもとで，ある特定の無差別曲線を達成する支出の比

$$I(P^a,\ P^b,\ s,\ R)=\frac{E(P^a,\ s,\ R)}{E(P^b,\ s,\ R)} \tag{18}$$

として表わせる。このとき，物価指数は価格体系 P^a，P^b にだけ依存するのではなく，無差別マップや，選好順序 R の選択とその無差別マップからえられる基本無差別曲線の選択にも依存している。Pollak〔21〕〔22〕〔23〕は16種類の物価指数が考えられることを明らかにしているが，これらの指数も一般論と同様，家計の選好順序に依存し，ある特定の無差別曲線を達成するのに必要な支出の2組の制約のもとでの比較ということから，相互に強い類似性を有する。

この選好が定義される空間を Pollak は，財貨空間と特性空間に区別し，財貨空間上に選好を定義する接近法を財貨アプローチ，そして特性，財貨の

両空間上に選好を定義する接近法を特性アプローチと名づけている。

本章では，財貨アプローチにおける正確な指数——相対価格と財の入手可能性の変化に応じて生ずる家計の代替能力を完全に考慮した指数——について考察する。

§1　伝統的理論の枠組

いま，財ベクトルを X，家計の選好順序を R，それに対応する効用関数を $U(X)$ とする。このとき，物価指数はある特定の基本無差別曲線に達することを必要条件とする支出の2時点間比較として表わされる。

$$I(P^a,\ P^b,\ X^0,\ R)=\frac{E(P^a,\ X^0,\ R)}{E(P^b,\ X^0,\ R)} \tag{19}$$

ただし，E は支出関数，P^a は比較時価格，P^b は基準時価格，そして X^0 は消費者のもつ無差別マップあるいは選好順序 R から特定化された基本無差別曲線を意味する。この伝統的理論の枠組においては，購入される財貨自身に効用があるとされている。

§2　家計の生産理論の枠組

家計の生産とは財貨（goods）を投入し，効用をもつ財（commodities）を生産する過程のことである。たとえば，映画鑑賞という消費行動を考えてみよう。伝統的理論の枠組では映画のチケットそのものに効用があるとしているが，「家計の生産」理論の枠組では映画の鑑賞自体に効用があるとし，チケットや映画館へ行くための交通費などはその投入物であると考える。チケット，交通費などは間接的に効用に影響を及ぼすことから，これらの効用は派生効用とよばれ，その需要は派生需要とよばれている。

いま，派生効用を生みだす n 個の財貨があり，これを $Y=(y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n)$ とし，m 個の財を $X=(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_m)$ とする。選好順序 R は財 X 上に定義され，対応する効用関数を $V(X)$ で表わす。このとき，家計の生産

技術を Z で表わすと，財貨集合 Y から財集合 X が生産可能であれば，$(X,\ Y) \in Z$ が成立する。そして，分析の便宜上，規模に関して収穫一定，および非結合生産を仮定する。$(X,\ Y) \in Z$ が成立しないならば，この仮定は満足されなくなる[6)]。

財把 X を生産するときの最小費用を示す財費用関数は，生産技術 Z を媒介として

$$\left.\begin{array}{l} C(P,\ X : Z) = \min \sum_{k=1}^{n} p_k y_k \\ \quad \text{subject to} \quad (X,\ Y) \in Z \end{array}\right\} \tag{20}$$

と定義される。そして，支出関数 $E(P,\ X^0,\ R,\ Z)$ は，財空間上の無差別曲線 X^0 に達するための最小支出であるから，

$$\left.\begin{array}{l} E(P,\ X^0,\ R,\ Z) = \min C(P,\ X : Z) \\ \quad \text{subject to} \quad XRX^0 \end{array}\right\} \tag{21}$$

と書き表わせる。

このとき，2時点間の家計の生産技術が変化しないときの物価指数（不変技術物価指数）は，上述の支出関数の2時点間の比較として，

$$\bar{I}(P^a,\ P^b,\ X^0,\ R,\ Z) = \frac{E(P^a,\ X^0,\ R,\ Z)}{E(P^b,\ X^0,\ R,\ Z)} \tag{22}$$

と定義される。

ここで，財に対する選好順序と家計技術は，投入財空間における選好順序を暗黙のうちに特定化していることに注意を要する。財選好順序を R，投入財選好順序を R^* とすれば，$(\hat{X},\ \hat{Y}) \in Z$ と $(\bar{X},\ \bar{Y}) \in Z$ とが条件づけられる。このとき，すべての $\bar{X}$ に対し，$\hat{X} R \bar{X}$ が成り立つような $\hat{X}$ が存在するならば，$\hat{Y} R^* \bar{Y}$ が成立する。すなわち，家計の生産した財の最良の集合から投入財選好順序を推定できることを意味する[7)]。

次に，2時点間で家計技術が変化するとき，物価指数は

$$I(P^a,\ P^b,\ X^0,\ R,\ Z^a,\ Z^b)=\frac{E(P^a,\ X^0,\ R,\ Z^a)}{E(P^b,\ X^0,\ R,\ Z^b)} \qquad (23)$$

と定義される。このとき，産出される財に対する選好は不変であるにもかかわらず，投入財選好順序は変化する。

3. 特性アプローチ

本章では，家計の選好が財の特性と数量とに依存しているという意味において，特性アプローチを「H 特性モデル」と「L 特性モデル」に特定化し，正確な指数を求めていく。H 特性モデルとは，Houthakker〔6〕〔7〕〔8〕の特性モデルであり，各財把の中から1種類の財貨のみを消費するというモデルである。L 特性モデルは1章で説明した Lancaster の線型かつ加法的な特性モデルのことである[8)]。

また，両特性アプローチは購入される財貨を，「連続的」なものと「離散的」なものに区分する。連続的な財貨とはあらゆる時点ですべての財貨が入手可能であることを意味し，離散的な財貨とは新しい財貨が市場に出現するとか，古い財貨が市場から消えていくことを考慮にいれている。

§1 伝統的理論の枠組

I. L 特性モデル

家計の i 番目の特性の総消費量 y_i は，第1章で述べたように

$$y_i=\sum_{k=1}^{r} b_{ik}w_k \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ l)$$

と表わせる。このとき，家計の選好順序 R^L は l 次元の特性空間において定義づけられる。そして，L 特性支出関数は特性をえる基準無差別曲線 y^0 に達する最小費用として

$$\left.\begin{array}{l} E^L(P,\ y^0,\ R^L)=\min \sum_{k=1}^{r} p_k x_k \\ \text{subject to} \quad yR^L y^0 \qquad (y_i=\sum b_{ik} w_k) \end{array}\right\} \tag{24}$$

と定義される。よって，L 特性物価指数は，L 特性支出関数の2時点間の比較として

$$I^L(P^a,\ P^b,\ y^0,\ R^L)=\frac{E^L(P^a,\ y^0,\ R^L)}{E^L(P^b,\ y^0,\ R^L)} \tag{25}$$

と定義される。

また，L 特性費用関数は特性ベクトル y をえるための最小費用を意味するから

$$\left.\begin{array}{l} C^L(P,\ y)=\min \sum p_k x_k \\ \quad \text{subject to} \quad \sum b_{ik} w_k \geqq y_i \end{array}\right\} \tag{26}$$

と表わせる。線型性と加法性の仮定より，この L 特性費用関数は特性について部分的線型性および部分的1次同次性の性質をもつ。よって，この費用関数は特性空間上のいかなるところでも微分可能というわけではない。

L 特性物価指数は，この L 特性費用関数によって

$$I^L(P^a,\ P^b,\ y^0,\ R^L)=\frac{C^L(P^a,\ y^{0a})}{C^L(P^b,\ y^{0b})} \tag{27}$$

と書き改められる。ただし，y^{0a}, y^{0b} は価格体系 P^a, P^b のもとで最小費用で無差別曲線 y^0 に達する特性の集合である。

支出関数はその定義上，選好順序 R をパラメータに含んでいるため費用関数に比べて推定が困難である。

ある財グループにおいて，任意の財のもつ特性がそのグループ外の任意の財からえることができないとき，この特性は「非重複特性」とよばれる。ある特定の財グループが非重複特性をもち，家計の選好が他のグループに対して分離可能であれば，この財グループの部分指数は他のグループの財から独立である。しかし，この2条件が満足されないとき，すなわち特性が重複

し，かつ選好が分離不可能ならば，部分指数はこのグループ外の財に依存することになる。

II. H 特性モデル

第 i 番目の財クラスの第 j 番目の財を x_{ij}，この財のもつ特性ベクトルを $y_{ij}=(y_{ij1},\ y_{ij2},\ \cdots,\ y_{ijN})$ で表わす。また，財クラス i の関連ある財の数量を $x_i{}^*$，その単位特性ベクトルを $y_i{}^*$ で表わす。このモデルにおける家計の選好順序 R^H は，空間 $(y^*,\ X^*)=[(y_1{}^*,\ x_1{}^*),\ (y_2{}^*,\ x_2{}^*),\ \cdots,\ (y_l{}^*,\ x_l{}^*)]$ 上に定義される。

H 特性支出関数は，基本無差別曲線 $(y^{*0},\ X^{*0})$ に達する最小費用として

$$\left.\begin{aligned} &E^H[P,\ (y^{*0},\ X^{*0}),\ R^H]=\min\sum_{u=1}^{l}\sum_{k=1}^{n_u}p_{uk}x_{uk}\\ &\quad \text{subject to}\quad (y^*,\ X^*)R^H(y^{*0},\ X^{*0}) \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

と定義される。離散的財の場合には i の値は整数になるが，連続的財の場合には i は整数値をとらない。よって，この支出関数の定義は離散的財の場合の定義である[9)]。

このとき，H 特性物価指数は，この支出関数の 2 時点間比較として定義されるから

$$I^H[P^a,\ P^b,\ (y^{*0},\ X^{*0}),\ R^H]=\frac{E^H[P^a,\ (y^{*0},\ X^{*0}),\ R^H]}{E^H[P^b,\ (y^{*0},\ X^{*0}),\ R^H]} \tag{29}$$

と表わされる。

また，H 特性費用関数は消費パターン $(y^{*0},\ X^{*0})$ を獲得するための最小費用であるから

$$\left.\begin{aligned} &C^H[P,\ (y^{*0},\ X^{*0})]=\min\sum_{u=1}^{l}\sum_{k=1}^{n_u}p_{uk}x_{uk}\\ &\quad \text{subject to}\quad \begin{matrix} y_{ij}\geqq y_i{}^*\\ x_{ij}\geqq x_i{}^* \end{matrix}\ \begin{pmatrix}\text{for some } j \text{ and}\\ \text{for all } i\end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

と書き表わせる。連続的財ならば，任意に特定化された特性単位ベクトル y^{*0} に対応する財を消費者は購入できる。他方，離散的財の場合，単位特性ベクトル y^{*0} を確実にえられるような入手可能な財を購入することは偶然でしかありえないし，このとき H 特性費用関数は少なくともすべての特性を含む財のうち最も安価なものの費用を反映している。

各財グループは異なった特性集合をもつため，H 特性費用関数は

$$C^H[P,\ (y^{*0},\ X^{*0})]=\sum_{u=1}^{l} C^{Hu}(P,\ y_u{}^*)x_u{}^* \tag{31}$$

と書き改められる[10]。ただし，$C^{H_i}(P,\ y_i{}^*)$ は $y_i{}^*$ に等しいか，それよりも大きい単位特性ベクトルをもつ第 i 財グループに対する最小費用を表わす。ある特性ベクトルの変化によって財グループのある関連財が，他のものに置き換えられるとき，H 特性費用関数は不連続となる。

この特性費用関数を用いて前述の物価指数は，

$$I^H[P^a,\ P^b,\ (y^{*0},\ X^{*0}),\ R^H]=\frac{C^H[P^a,\ (y^{*0a},\ X^{*0a})]}{C^H[P^b,\ (y^{*0b},\ X^{*0b})]} \tag{32}$$

と書き改められる。$(y^{*0a},\ X^{*0a})$ および $(y^{*0b},\ X^{*0b})$ は，それぞれ価格状態 P^a, P^b における最小費用で $(y^{*0},\ X^{*0})$ の無差別曲線に達する消費パターンである。

部分指数については，経験的にみて H 特性の方が優れている。なぜなら，特性の重複がないからである。離散的財の場合，関連のある財の価格が僅かに変化すれば，部分指数も僅かに変化する。しかし，関連のない財がいかに変化しようとも，またその財が市場から消滅したとしても，その部分指数は何ら影響を受けない。

§2　家計の生産理論の枠組

I. L 特性モデル

家計の生産技術を Z^L で表わし，財の集合 X が特性集合 y から生産され

るとすると産出・投入ベクトル (X, y) は $(X, y) \in Z^L$ を満足する。そして，L 特性財支出関数は，X^0 の無差別曲線に達することを必要とする最小支出であるから，

$$\left.\begin{aligned} E^L(P,\ X^0,\ R,\ Z^L) &= \min \sum_{k=1} p_k x_k \\ \text{subject to} \quad & XRX^0, \\ & (X,\ y) \in Z^L \\ & y_i = \sum_{k=1}^{r} b_{ik} w_k \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

と定義される。

このとき，L 特性不変技術物価指数は，上述の支出関数の2時点間比較と定義されるから，

$$\bar{I}^L(P^a,\ P^b,\ X^0,\ R,\ Z^L) = \frac{E^L(P^a,\ X^0,\ R,\ Z^L)}{E^L(P^b,\ X^0,\ R,\ Z^L)} \tag{34}$$

と表わせる。

II. *H* 特性モデル

家計の生産技術を Z^H で表わすと，産出・投入ベクトルは，生産財ベクトル X が $(y^*,\ X^*)$ から生産可能ならば，またそのとき限り，$[X,\ (y^*,\ X^*)] \in Z^H$ を満足する。このとき，H 特性支出関数は，X^0 の無差別曲線に達するための最小支出として定義され，次式で表わされる。

$$\left.\begin{aligned} E^H(P,\ X^0,\ R,\ Z^H) &= \min \sum_{u=1}^{l} \sum_{k=1}^{n_u} p_{uk} x_{uk} \\ \text{subject to} \quad & XRX^0,\ [X,\ (y^*,\ X^*)] \in Z^H \\ & \begin{matrix} y_{ij} \geqq y_i^* \\ x_{ij} \geqq x_i^* \end{matrix} \quad \begin{pmatrix} \text{for some } j \text{ and} \\ \text{for all } i \end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

よって，H 特性不変技術物価指数は(35)式の支出関数の2時点間比較として

$$\bar{I}^{H}(P^{a},\ P^{b},\ X^{0},\ R,\ Z^{H})=\frac{E^{H}(P^{a},\ X^{0},\ R,\ Z^{H})}{E^{H}(P^{b},\ X^{0},\ R,\ Z^{H})} \tag{36}$$

と定義される。

むすび

財貨アプローチは財の同質性を保つため，品質が少しでも異なる財は全く別のものとして取り扱うので財の数が膨大になる。そのため，指数作成に必要なパラメータの数が膨大になり，その取り扱いが非常に困難である。伝統的理論の枠組の場合，この欠点は家計の選好順序の推定を困難にし，家計の生産理論の枠組では，家計の生産技術の推定を複雑にする[11)]。

また，新商品の出現，市場における財貨の消滅などで，財貨の入手可能性が変化するとき，このことは家計の消費行動に対する一つの制約となる。財貨アプローチでは，入手不可能となった財の価格を無限大とし，合理的な消費者はその財を購入しないと仮定するので，入手可能性がない場合の情報を価格ベクトルに組み入れることは不可能となる。入手不可の財の消費を含まなくとも基本無差別曲線に達することができるならば物価指数は定義されるが，さもなくば財貨アプローチにおける指数が消費者の入手可能性の変化の影響をよりよく定義しているとは言い難い。

財貨アプローチの欠点を補うものとして，Pollak は特性アプローチの有効性・発展性を強調している。ただし，L 特性と H 特性モデル，伝統的および家計の生産理論の枠組，離散的財および連続的財の分類の特定化が非常に重要な役割を担うことはまちがいない。とくに財の分類の問題については，費用関数の推定において微分可能性や1次同次性を満たすために連続的財を用い，その特別な形態として統計分析上，有効性をもつのが離散的財であると解釈できる。

また，指数作成に必要な情報の入手量によっては正確な指数と限界値の特

定化が可能であるが，伝統的理論の枠組では家計の選好に関する情報が必要であり，家計の生産理論の枠組ではその選好と生産技術の両方の情報が必要となる。

〔注〕

1）詳しくは，石原〔9〕を参照されたい。また，この理論は Muth の論文に因み，「家計の生産」（household production）の理論ともよばれる。

2）(1)，(2)式で表わされる消費活動は，$F_k(x, y)=0$ として非線型関係も仮定できるが，いまは分析を簡単にするために，線型関係を仮定するだけにとどめておく。非線型関係の場合については，太田誠（1978），「ヘドニック・アプローチの理論的基礎，方法および日本の乗用車価格への応用」，『季刊 理論経済学』Vol. 29, No. 1, 4月, pp. 37-38 を参照のこと。

3）この特性に対する選好関係も，消費計画に対する選好関係と同様に，完備律，推移律，反射律の仮定を満たす。特性の限界効用は非負となるように特性の量を測定し，非飽和と仮定される。また，$u=u(y)$ は y の準凹関数で，連続かつ微分可能とする。

効用関数の変数に財の量 x ではなく，蛋白質やビタミンなどというより根源的な特性の量 y をとり，$u=u(y)$ と想定するのは，以下の理由による。x と y の間に生産関係 $F(y, x)=0$ を想定すると，この生産活動は「家計の生産」とか「消費活動」といわれ，$U(x)=\max_y\{u(y)/F(y, x)\leqq 0\}$ と定義することによって，$u(y)$ と $F(y, x)=0$ から財に対する派生効用関数 $U(x)$ が導きだされる。

この場合，財の質が変化すると $F(y, x)$ も変化し，それに依存する $U(x)$ も変化し不安定である。すなわち，$U(x)$ という効用関係では，品質変化は効用関数の変化（すなわち，嗜好の変化）と区別がつかなくなる。$u(y)$ は財の質が変化しても，その関数型は変化せず，$U(x)$ より安定している。

他に，新商品の出現による経済現象や，消費者行動（とくに非市場活動）を明示的に分析できるという利点がある。石原〔9〕，太田〔19〕参照。

4）市場が競争的，すなわち，すべての消費者が同じ価格に直面している状況では，消費者全員に対する有効フロンティアの形状は同じである。そして，所得の違いは単にその代表的フロンティアのスカラー量の増加または減少としてあらわれるだけである。

5）単純モデルと2段階モデルが異なるのは，(10)式の A の逆行列 A' が存在しない場合である。しかし，単純モデルも2段階モデルの特殊な場合と考えられる。

6）Pollak = Wachter〔24〕の指摘によれば，投入物として「時間」を考慮にいれた場合におこる。たとえば，持ち家の補修を日用大工で行う場合，大工仕事に費や

す時間は，「居住性」という財の生産のための投入物であると同時に，それ自体楽しければ，消費者に効用をもたらす。このとき，大工仕事に費やされる時間をも一つの財として考えることができる。すると，非結合生産ではなく，結合生産となる。

7) R^* を Pollak は派生選好順序とよんでいる。

8) L 特性アプローチは，特性を線型かつ加法的であるとしていることから，食料品に，そして H 特性アプローチは，1財把から1財のみを購入すると仮定しているから，洗剤，歯みがき粉などの非耐久財と冷蔵庫，洗濯機などの耐久財に適用しやすい。

9) 連続的財の場合は，(28)式の2番目の総和計算 $\sum_{k=1}^{n_u}$ は積分計算に置き換える必要があるが，両者の間には文脈上さしたる違いはない。また，L 特性についても同様である。

10) L 特性費用関数は財貨の数量および特性に関して1次同次であるが，H 特性費用関数は財貨の数量に関しては1次同次であるものの，特性については1次同次である必要はない。つまり，H 特性では消費された財貨の単位数を増加させても各単位当りに含まれる特性量が増加するとは限らない。Pollak〔23〕参照。

11) 家計の選好順序 R は財空間上に定義され，生産技術 Z は投入される財貨に依存している。

〔参考文献〕

〔1〕 Diewert, W. E. (1976), "Exact and Superlative Index Number," *Journal of Econometrics,* Vol. 4, No. 2, May, pp. 115-45.

〔2〕 Diewert, W. E. and C. Montmarquette eds. (1983), *Price Level Measurement,* Ottawa: Statistics Canada.

〔3〕 Gillingham, R. (1974), "A Conceptual Framework for the Consumer Price Index," *Proceedings,* American Statistical Association Business and Economic Statistics Section.

〔4〕 Griliches, Z. (1961), "Hedonic Price Indexes for Automobiles: An Econometric Analysis of Quality Change," *The Price Statistics of the Federal Government,* General Series, No. 73〔Griliches (1971) に再録〕.

〔5〕 Griliches, Z., ed. (1971), *Price Indexes and Quality Change,* Cambridge: Harvard University Press.

〔6〕 Houthakker, H. S. (1952), "Compensated Changes in Quantities and Qualities Consumed," *Review of Economic Studies,* pp. 156-64.

〔7〕 ______ (1952), "The Econometrics of Family Budgets," *Journal of the*

Royal Statistical Society, series A, pp. 1-28.

〔8〕 ________ (1961), "The Present State of Consumer Theory," *Econometrica,* 29.

〔9〕 石原健一（1980),「ヘドニック価格指数の基本問題」関西大学大学院『千里山経済学』第14-2号，pp. 1-71.

〔10〕 ________ (1982),「生計費指数の内部構造」関西大学『経済論集』第32巻第2号，pp. 93-115.

〔11〕 Lancaster, K. J. (1966), "A New Approach to Consumer Theory," *Journal of Political Economy,* April.

〔12〕 ________ (1966), "Change and Innovation in the Technology of Consumption," *American Economic Review.*

〔13〕 ________ (1969), *Introduction to Modern Microeconomics,* Rand McNally College Publishing Company (1974 2ed.).

〔14〕 ________ (1971), *Consumer Demand: A New Approach,* New York: Columbia University Press.

〔15〕 ________ (1977), "The Measurement of Changes in Quality," *Review of Income and Wealth,* June.

〔16〕 Muellbauer, J. (1974), "Household Production Theory, Quality and the 'Hedonic Technique'," *American Economic Review,* December.

〔17〕 ________ (1975), "The Cost of Living and Taste and Quality Change," *Journal of Economic Theory,* June.

〔18〕 Muth, R. F. (1966), "Household Production and Consumer Demand Functions," *Econometrica,* July.

〔19〕 太田誠（1980),『品質と価格』，創文社，12月，東京.

〔20〕 Pollak, R. A. (1971), *The Theory of the Cost of Living Index,* Research Discussion Paper No. 11, Research Division, Office of Prices and Living Conditions, U. S. Bureau of Labor Statistics, June.

〔21〕 ________ (1975), "Subindexes in the Cost of Living Index," *International Economic Review,* Vol. 16, No. 1, February, pp. 135-50.

〔22〕 ________ (1978), "Welfare Evaluation and the Cost-of-Living Index in the Household Production Model," *American Economic Review,* Vol. 68, No. 3, June, pp. 285-99.

〔23〕 ________ (1979), "The Treatment of "Quality" in the Cost of Living Index," U. S. BLS Working Paper.

〔24〕 Pollak, R. A. and M. L. Wachter (1978), "The Relevance of the Household Production Function and It's Implication for the Allocation of Time," *Journal of Political Economy,* June.

〔25〕 Theil, H. (1952), "Qualities, Prices and Budget Enquiries," *Review of Economic Studies,* pp. 129-47.

〔26〕 Triplett, J. E. (1975), "Consumer Demand and Characteristics of Consumption Goods," in Terleckyj, N. E. ed., *Household Production and Consumption* (*Studies in Income and Wealth,* No. 40), New York: N.B.E.R.

〔27〕 Usher, D. (1980), "Quantity and Quality," in *The Measurement of Economic Growth,* Oxford: Basil Blackwell.